

Les systèmes de numération binaire, décimal, et hexadécimal

www.gecif.net

Le binaire naturel

www.gecif.net

Le binaire naturel

- Le binaire naturel est le système de numération **à base 2**
- Il utilise 2 chiffres pour représenter les nombres : **0 1**
- Dans un nombre chaque chiffre est pondéré d'une **puissance de 2**
- Exemple : $1101 = 1.2^3 + 1.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0$
- Donc $1011_{(2)} = 8 + 4 + 1 = 13_{(10)}$
- Pour préciser qu'un nombre est exprimé en binaire naturel on indique (2) en indice à sa droite
- Exemple : $1011011_{(2)}$
- Les différents chiffres (0 ou 1) d'un nombre binaire sont appelés **BIT** (pour **B**inary **dig**IT, soit « chiffre binaire »)

Le binaire naturel

Pour lire ou écrire un nombre en binaire naturel il faut bien connaître **les puissances de 2**

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
128	64	32	16	8	4	2	1

Attention : $2^0 = 1$

Conversion binaire naturel → décimal

Conversion binaire naturel vers décimal

- Exemple 1 :
comment s'écrit le nombre binaire **101101** en décimal ?
- $101101_{(2)} = 1*32 + 0*16 + 1*8 + 1*4 + 0*2 + 1*1$
 $= 32 + 8 + 4 + 1$
 $= 45_{(10)}$
- Exemple 2 : $10000110_{(2)} = 128 + 4 + 2 = 134_{(10)}$
- Conclusion : **pour convertir un nombre binaire en décimal il suffit d'additionner les puissances de 2 des bits qui sont à 1**

Conversion décimal → binaire naturel

Conversion décimal vers binaire naturel

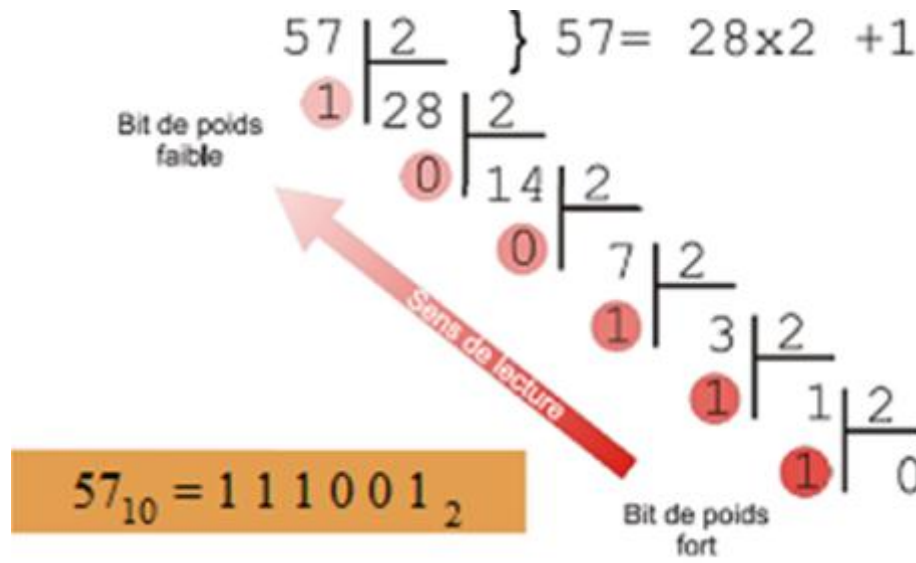
- Exemple 1 :
comment s'écrit le nombre décimal **28** en binaire ?
- $28_{(10)} = 16 + 8 + 4$
 $= 2^4 + 2^3 + 2^2$
 $= 11100_{(2)}$
- Exemple 2 : $43_{(10)} = 32 + 8 + 2 + 1 = 101011_{(2)}$
- Conclusion : **pour convertir un nombre décimal en binaire il faut le décomposer en somme de puissance de 2 indiquant les bits qui sont à 1**
- Remarque : cette décomposition est unique

Conversion décimal vers binaire naturel

- Pour décomposer un nombre en somme de puissances de 2 on peut effectuer **une succession de divisions entières par 2 en gardant les restes**
- En gardant les restes (0 ou 1) on obtient la valeur de chacun des bits
- Exemple : comment s'écrit 14 en binaire naturel ?
- $14 \div 2 = 7$ et il reste **0**
- $7 \div 2 = 3$ et il reste **1**
- $3 \div 2 = 1$ et il reste **1**
- On s'arrête lorsque le quotient vaut 1
- Conclusion : $14_{(10)} \equiv 1110_{(2)}$

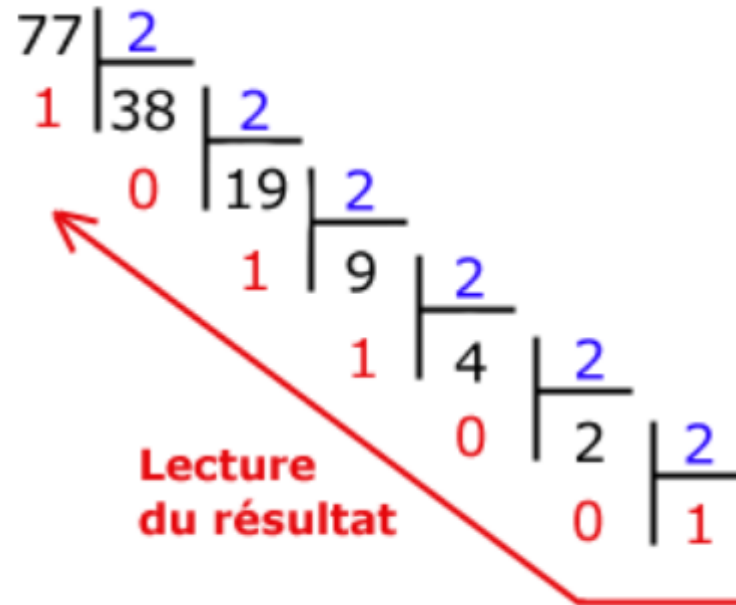
Conversion décimal vers binaire naturel

- Le premier reste est le **LSB** (bit de poids faible)
- Le dernier quotient est le **MSB** (bit de poids fort qui vaut toujours 1)



Comment s'écrit 77 en binaire ?

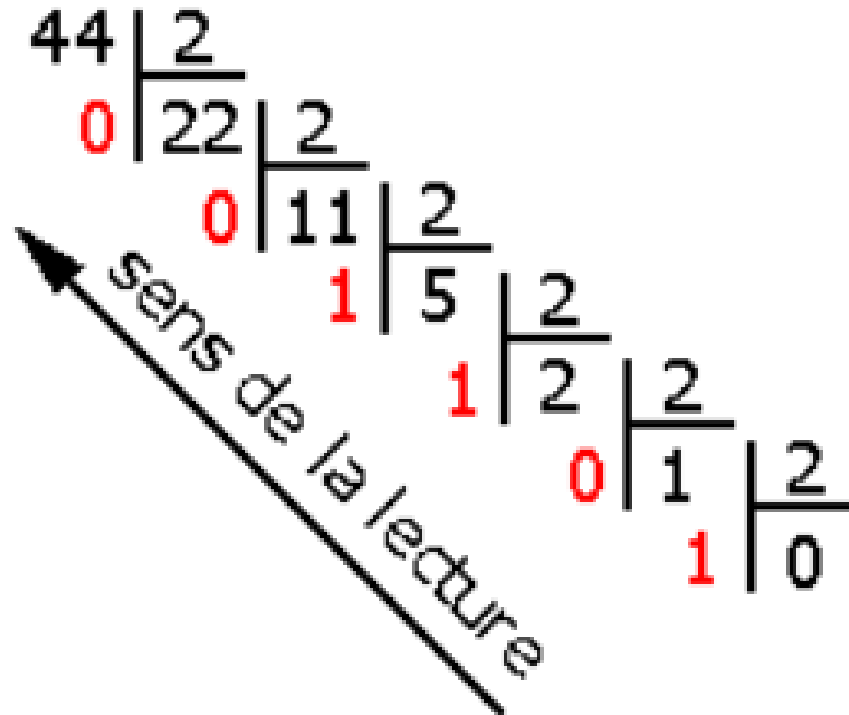
Effectuons une série de divisions par 2 successives :



Conclusion : $77_{(10)} \equiv 1001101_{(2)}$

Comment s'écrit 44 en binaire ?

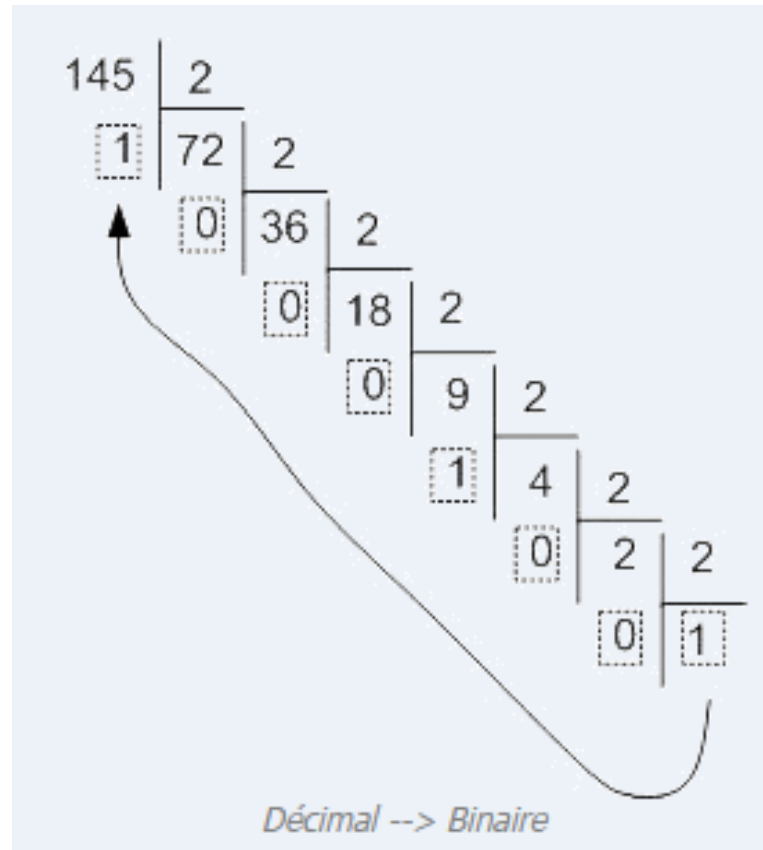
Effectuons une série de divisions par 2 successives :



Conclusion : $44_{(10)} = 32+8+4 \equiv 101100_{(2)}$

Comment s'écrit 145 en binaire ?

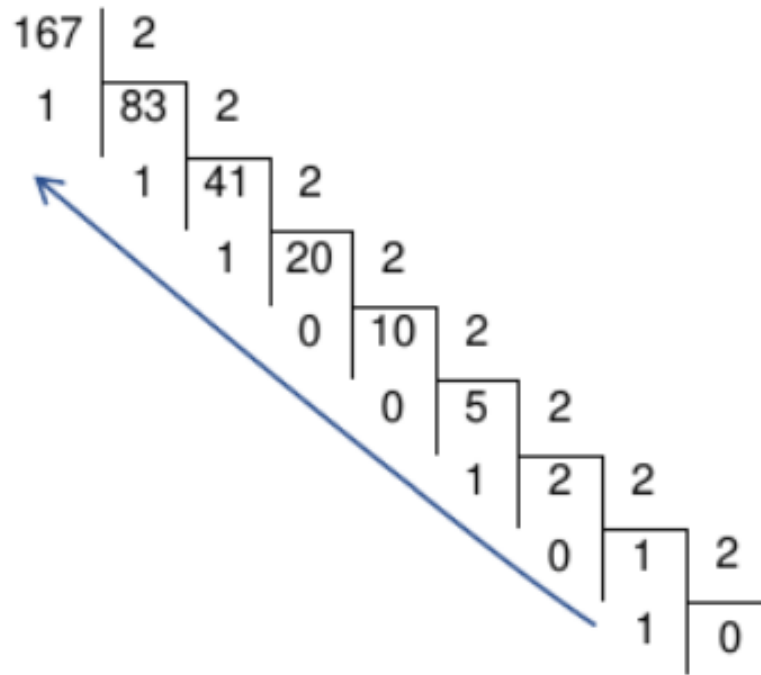
Effectuons une série de divisions par 2 successives :



Conclusion : $145_{(10)} = 128 + 16 + 1 \equiv 10010001_{(2)}$

Comment s'écrit 167 en binaire ?

Effectuons une série de divisions par 2 successives :



Conclusion : $167_{(10)} \equiv 10100111_{(2)}$

A retenir

Le binaire naturel : a retenir

- Le binaire naturel est le système de numération à base 2 : il utilise 2 chiffres pour représenter les nombres (0 et 1)
- Dans un nombre binaire chaque bit est pondéré d'une puissance de 2
- Rappel des 8 premières puissances de 2 :

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
128	64	32	16	8	4	2	1

Conversion binaire naturel vers décimal :

- **pour convertir un nombre binaire en décimal il suffit d'additionner les puissances de 2 des bits qui sont à 1**
- Exemple : $101101_{(2)} = 32 + 8 + 4 + 1 = 45_{(10)}$

Conversion décimal vers binaire naturel (divisions par 2 successives) :

- **pour convertir un nombre décimal en binaire il faut le décomposer en somme de puissances de 2 indiquant les bits qui sont à 1**
- Exemple : $43_{(10)} = 32 + 8 + 2 + 1 = 101011_{(2)}$

L'hexadécimal

L'hexadécimal

- L'hexadécimal est le système de numération **à base 16**
- Il utilise 16 chiffres pour représenter les nombres :

F	E	D	C	B	A	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

- Dans un nombre écrit en hexadécimal chaque chiffre est pondéré d'une **puissance de 16**
- Exemple : $3B7 = 3 \cdot 16^2 + 11 \cdot 16^1 + 7 \cdot 16^0$
- Donc $3B7_{(16)} = 3 \times 256 + 11 \times 16 + 7 = 951_{(10)}$
- Pour préciser qu'un nombre est exprimé en hexadécimal on utilise le suffixe (16)
- Exemple : $2A86F_{(16)}$
- **Pour convertir du binaire en hexadécimal on convertit chaque quartet en chiffre (et inversement pour hexadécimal / binaire)**

Chiffre Hexadécimal	Quartet en Binaire
0	0 0 0 0
1	0 0 0 1
2	0 0 1 0
3	0 0 1 1
4	0 1 0 0
5	0 1 0 1
6	0 1 1 0
7	0 1 1 1
8	1 0 0 0
9	1 0 0 1
A	1 0 1 0
B	1 0 1 1
C	1 1 0 0
D	1 1 0 1
E	1 1 1 0
F	1 1 1 1

Conversion

binaire naturel → hexadécimal

Conversion binaire naturel vers hexadécimal

- Exemple 1 :
comment s'écrit le nombre binaire **10100101** en hexadécimal ?
- $10100101_{(2)} = 1010 \ 0101$
 $= A5_{(16)}$
- Exemple 2 : $1111101_{(2)} = 0111 \ 1101 = 7D_{(16)}$
- Conclusion : **pour convertir un nombre binaire en hexadécimal il suffit de convertir chaque quartet (4 bits) binaire en un chiffre hexadécimal**

Conversion

hexadécimal → binaire naturel

Conversion hexadécimal vers binaire naturel

- Exemple 1 :
comment s'écrit le nombre hexadécimal **8C** en binaire naturel ?
- $8C_{(16)} = 1000\ 1101$
 $= 10001101_{(2)}$
- Exemple 2 : $E2F_{(16)} = 1110\ 0010\ 1111$
 $= 111000101111_{(2)}$
- Conclusion : **pour convertir un nombre hexadécimal en binaire naturel il suffit de convertir chaque chiffre hexadécimal en un quartet (nombre binaire sur 4 bits)**
- Remarque : l'hexadécimal est utilisé pour écrire facilement les grands nombres binaires

Chiffre Hexadécimal	Quartet en Binaire
0	0 0 0 0
1	0 0 0 1
2	0 0 1 0
3	0 0 1 1
4	0 1 0 0
5	0 1 0 1
6	0 1 1 0
7	0 1 1 1
8	1 0 0 0
9	1 0 0 1
A	1 0 1 0
B	1 0 1 1
C	1 1 0 0
D	1 1 0 1
E	1 1 1 0
F	1 1 1 1

Conversion

hexadécimal → décimal

Conversion hexadécimal vers décimal

- Exemple 1 :
comment s'écrit le nombre hexadécimal **37** en décimal ?
- $37_{(16)} = 3 \times 16 + 7 \times 1 = 55_{(10)}$
- Exemple 2 : $E2F_{(16)} = 14 \times 256 + 2 \times 16 + 15 \times 1 = 3631_{(10)}$
- Exemple 3 : $BAC_{(16)} = 11 \times 256 + 10 \times 16 + 12 \times 1 = 2988_{(10)}$
- Conclusion : **pour convertir un nombre hexadécimal en décimal on pondère les chiffres par les puissances de 16 (1, 16, 256)**

Conversion décimal → hexadécimal

Conversion décimal vers hexadécimal

- Exemple 1 : comment s'écrit le nombre décimal **21** en hexadécimal ?
- $21_{(10)} = 1 \times 16 + 5 \times 1 = 15_{(16)}$
- Exemple 2 : $32_{(10)} = 2 \times 16 + 0 \times 1 = 20_{(16)}$
- Exemple 3 : $57_{(10)} = 3 \times 16 + 9 \times 1 = 39_{(16)}$
- Exemple 4 : $77_{(10)} = 4 \times 16 + 13 \times 1 = 4D_{(16)}$
- Conclusion : **pour convertir un nombre décimal en hexadécimal il faut le décomposer en puissances de 16 (1, 16, 256)**

En résumé

- **binaire** → **décimal** : on additionne les poids (1, 2, 4, 8, 16, etc.) des bits qui sont à 1
- **décimal** → **binaire** : on décompose le nombre en somme de puissances de 2 (1, 2, 4, 8, 16, etc.)
- **hexadécimal** → **décimal** : on pondère les chiffres par les puissances de 16 (1, 16, 256)
- **décimal** → **hexadécimal** : on décompose le nombre en somme de puissances de 16 (1, 16, 256)
- **binaire** → **hexadécimal** : on convertit chaque quartet binaire en un chiffre hexadécimal
- **hexadécimal** → **binaire** : on convertit chaque chiffre hexadécimal en un quartet binaire

**Fin : place maintenant à
l'entraînement sur le QCM**