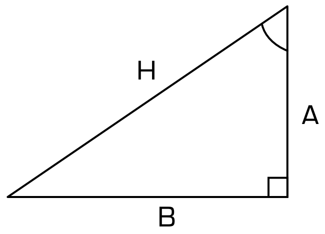
Projection de vecteur et plan incliné

Site Internet : **www.gecif.net**	Type de document : **Cours**	Intercalaire :	Date :

I – Relations trigonométriques dans un triangle rectangle

Voici un triangle rectangle où **H** désigne la longueur de l'hypoténuse, **A** et **B** la longueur des deux autres côtés, et α un des deux angles non droits. D'après le théorème de Pythagore nous savons que $\mathbf{H^2 = A^2 + B^2}$:

Cas n°1 : l'angle α est l'angle du haut. Il est ici **adjacent** au côté A et **opposé** au côté B.
Longueur des 3 côtés du triangle dans ce cas :

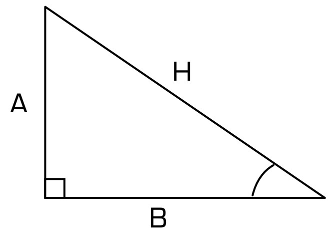


H =

A =

B =

Cas n°2 : l'angle α est l'angle du bas. Il est ici **opposé** au côté A et **adjacent** au côté B.
Longueur des 3 côtés du triangle dans ce cas :



H =

A =

B =

A retenir : côté adja**C**ent ⟶ **C**osinus et côté oppo**S**é ⟶ **S**inus

II – Cas d'un objet posé sur un plan incliné

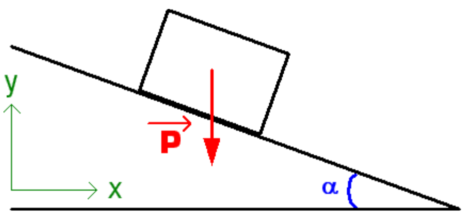
Lorsqu'un objet immobile de masse **m** est posé sur un plan incliné, son vecteur poids :

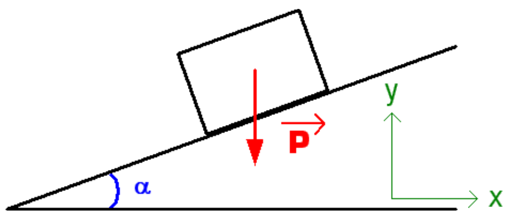
- est vertical : c'est sa direction
- est dirigé vers le bas : c'est son sens
- a pour intensité **m.g** : c'est sa norme

Les coordonnées du vecteur poids n'ont de sens qu'une fois qu'on a défini un repère (X,Y) composé de deux axes.
La première composante du vecteur poids s'appelle les **abscisses** et représente la projection du vecteur sur **l'axe X**
La seconde composante du vecteur poids s'appelle les **ordonnées** et représente la projection du vecteur sur **l'axe Y**
Remarque : l'axe X des abscisses n'est pas forcément horizontal, et l'axe Y des ordonnées n'est pas forcément vertical.

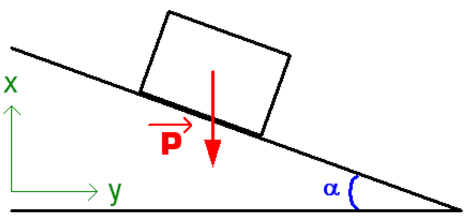
Cas où le repère est posé sur le sol : un axe du repère est **normal** au sol (« perpendiculaire » au sol donc vertical), et l'autre axe du repère est **tangent** au sol (« parallèle » au sol donc horizontal). Il en résulte que le vecteur poids est forcément parallèle à l'axe normal quelque soit l'orientation du plan incliné (« descendant » ou « montant »).

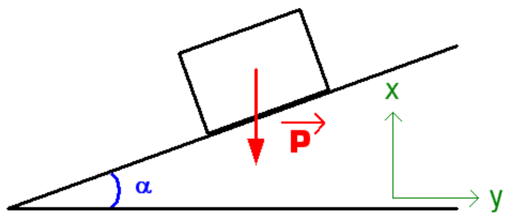
Coordonnées du vecteur poids si **l'axe normal est Y :**





Coordonnées du vecteur poids si **l'axe normal est X :**





Cas où le repère est posé sur le plan incliné : un axe du repère est **normal** au plan incliné (« perpendiculaire » au plan incliné), et l'autre axe du repère est **tangent** au plan incliné (« parallèle » au plan incliné). Dans ce cas le vecteur poids n'est pas parallèle à un des axes et ses coordonnées s'obtiennent en utilisant les relations trigonométriques.

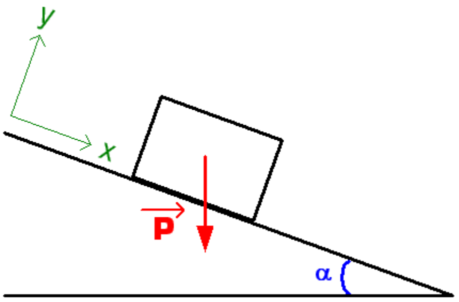
Méthode pour déterminer les coordonnées du vecteur poids dans le repère posé sur le plan incliné :

1. on reporte le vecteur poids dans le repère
2. on note l'angle α entre le vecteur poids et **l'axe normal**
3. sur **l'axe normal** (côté adjacent) la composante du poids est **$-m.g.\cos(\alpha)$**
4. on observe le signe sur **l'axe tangent** (côté opposé) : si l'axe tangent **descend** sa composante est **$m.g.\sin(\alpha)$** (axe tangent dans le même sens que le vecteur poids donc composante positive) et si l'axe tangent **monte** sa composante est **$-m.g.\sin(\alpha)$** (le vecteur poids est alors dans le sens inverse de l'axe tangent d'où une composante négative)

Remarque : l'angle α entre le sol horizontal et le plan incliné correspond toujours à l'angle **entre le vecteur poids vertical et l'axe normal**

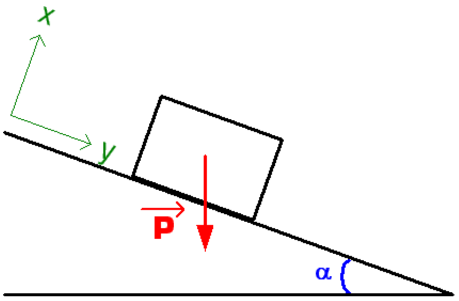
Voyons 4 cas différents, dans lesquels l'axe tangent peux soit « monter » soit « descendre ».

Cas n°1 : **l'axe normal est Y** et **l'axe tangent X « descend »** (orienté vers le bas sans être vertical)



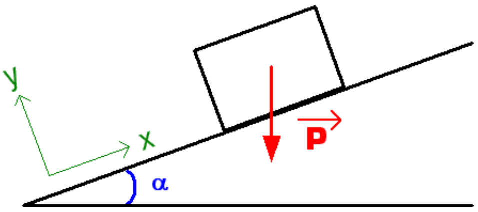
Coordonnées du vecteur poids dans ce cas :

Cas n°2 : **l'axe normal est X** et **l'axe tangent Y « descend »** (orienté vers le bas sans être vertical)



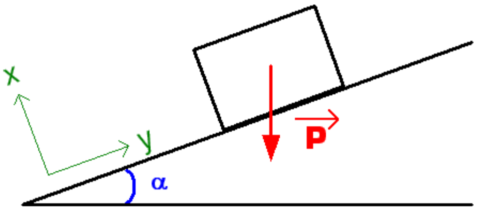
Coordonnées du vecteur poids dans ce cas :

Cas n°3 : **l'axe normal est Y** et **l'axe tangent X « monte »** (orienté vers le haut sans être vertical)



Coordonnées du vecteur poids dans ce cas :

Cas n°4 : **l'axe normal est X** et **l'axe tangent Y « monte »** (orienté vers le haut sans être vertical)



Coordonnées du vecteur poids dans ce cas :

En résumé, dans les 4 cas les projections du vecteur poids sont :

- sur **l'axe normal** : toujours **$-m.g.\cos(\alpha)$**
- sur **l'axe tangent** :
  - **$m.g.\sin(\alpha)$** si l'axe tangent descend
  - **$-m.g.\sin(\alpha)$** si l'axe tangent monte