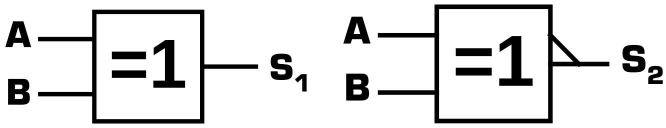
Les comparateurs numériques

Site Internet : **www.gecif.net**	Type de document : **Cours**	Intercalaire :	Date :

I – Introduction

Cette famille de circuits logiques exploite la propriété de la fonction "OU exclusif" ou de son complément :

A	B	$S_1 = A \oplus B$	$S_2 = \overline{A \oplus B}$
0	0		
0	1		
1	0		
1	1		



La comparaison de 2 nombres binaires A (A_0, A_1, A_2 … A_n) et B (B_0, B_1, B_2 … B_n) s'effectue dans de nombreuses opérations. On peut simplement demander une détection d'égalité ou bien savoir si le nombre A est supérieur ou inférieur au nombre B.

II – Détection d'égalité

II – 1 – Principe

Les bits de même rang A_i et B_i des 2 mots à comparer sont analysés par une fonction "OU-exclusif-NON" pour donner en sortie l'indication d'égalité (e = 1) ou de non égalité (e = 0). Les 2 mots A et B sont égaux si et seulement si tous leurs bits de même rang A_i et B_i sont égaux. En conséquence pour obtenir A = B, il suffit de mettre en condition "ET" les différents résultats. **Exemple :** Comparaison de 2 mots de 4 bits :

II – 2 – Variante utilisant des portes OU-Exclusif

Les bits de même rang A_i et B_i des 2 mots à comparer sont cette fois analysés par une fonction "OU-exclusif". Lorsqu'il y a égalité entre 2 bits de même rang, la sortie de la porte OU-Exclusif passe à 0. Pour détecter l'égalité entre les deux mots binaires A et B, il faut alors détecter que toutes les sorties des portes OU-Exclusif sont à 0, ce qui se fait avec une fonction OU-NON. **Exemple :** Comparaison de 2 mots de 4 bits :

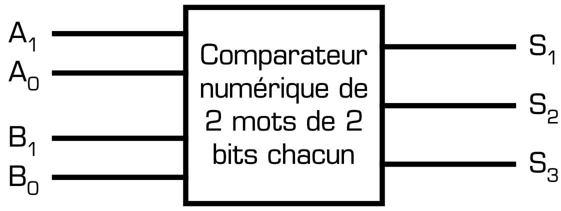
III – Comparateur donnant A > B, A < B, et A = B

III – 1 – Principe de la comparaison de deux nombres binaires

Soient 2 nombres binaires A et B de 2 bits chacun (A_0 A_1 et B_0 B_1) à comparer. Pour traduire les 3 possibilités, on délivre le résultat à l'aide de 3 sorties spécialisées. La table de vérité est donc la suivante (les sorties sont actives sur niveau haut).

Entrées				Sorties		
Mot A		Mot B		S_1	S_2	S_3
A_1	A_0	B_1	B_0	A < B	A = B	A > B
0	0	0	0			
0	0	0	1			
0	0	1	0			
0	0	1	1			
0	1	0	0			
0	1	0	1			
0	1	1	0			
0	1	1	1			
1	0	0	0			
1	0	0	1			
1	0	1	0			
1	0	1	1			
1	1	0	0			
1	1	0	1			
1	1	1	0			
1	1	1	1			

Symbole :



Equation des sorties :

S_1 = ...

S_2 = ...

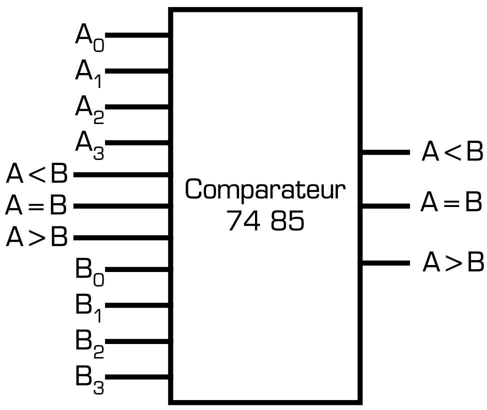
S_3 = ...

III – 2 – Exemple de circuit intégré : le comparateur 4 bits 7485

Ce comparateur possède 3 entrées supplémentaires qui lui permet de tenir compte d'une comparaison effectuée sur des bits **de rang inférieur** et de traiter ainsi des mots de longueur quelconque en mettant en cascade plusieurs circuits. Ces 3 entrées sont appelées : entrée A > B, entrée A = B, entrée A < B :

Entrées				Sorties		
Mots A et B	A > B	A = B	A < B	A > B	A = B	A < B
A > B	1	0	0	1	0	0
A > B	0	1	0	1	0	0
A > B	0	0	1	1	0	0
A = B	1	0	0	1	0	0
A = B	0	1	0	0	1	0
A = B	0	0	1	0	0	1
A < B	1	0	0	0	0	1
A < B	0	1	0	0	0	1
A < B	0	0	1	0	0	1
A > B	1	1	1	1	0	0
A = B	1	1	1	0	1	0
A < B	1	1	1	0	0	1

Symbole du 7485



❋ Si l'on souhaite que la sortie A = B passe à l'état 1 chaque fois que les deux nombres binaires sont égaux, il suffit de mettre l'entrée A = B à l'état 1, l'état des entrées A < B et A > B n'ayant alors pas d'importance.

- Si l'on souhaite que la sortie A>B passe à l'état 1 également dans le cas où les deux nombres binaires sont égaux, il faut mettre l'entrée A>B à 1 et mettre les entrées A<B et A=B à 0.Dans cette configuration de l'état des entrées A>B, A<B et A=B, la sortie A>B est à l'état 1 lorsque le nombre binaire A est supérieur au nombre binaire B ou quand ces deux nombres sont égaux. Elle indique donc si A est « supérieur ou égal » à B.
- De même, en mettant l'entrée A<B à l'état 1 et les entrées A>B et A=B à l'état 0, la sortie A<B indique si le nombre binaire A est « inférieur ou égal » au nombre binaire B.

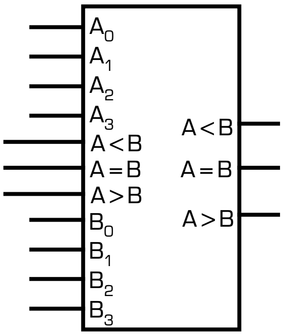
En mettant en cascade deux comparateurs 7485, on peut comparer deux nombres de 8 bits. Il suffit de relier la sortie A=B du premier comparateur à l'entrée A=B du second et de faire de même avec les sorties A>B et A<B.

Voyons le principe de mise en cascade de deux circuit 7485 pour comparer deux mots binaires X et Y de 8 bits chacun (deux octets). Les 8 bits de l'octet X sont X_0 à X_7 (X_0 étant le bit de poids faible et X_7 le bit de poids forts) et les 8 bits de l'octet Y sont Y_0 à Y_7 (Y_0 le bit de poids faible et Y_7 le bit de poids forts).

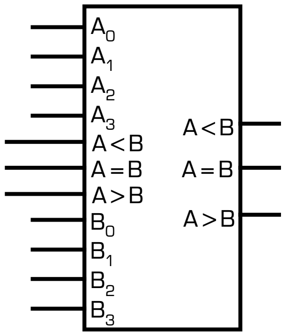
Le premier circuit compare les poids faibles de X avec les poids faibles de Y. Le résultat de cette comparaison est transmis aux entrées A<B, A=B et A>B du deuxième circuit. Celui-ci compare les poids forts de X avec les poids forts de Y et, éventuellement en fonction du résultat de la comparaison des bits de poids faibles de X et Y, indique sur ses sorties A>B, A=B et A<B le résultat de la comparaison des nombres X et Y.

Analysons ce principe de mise en cascade dans 3 cas bien précis :

Premier cas : X = ...(10) ≡ ....(2) et Y = ...(10) ≡ ....(2)

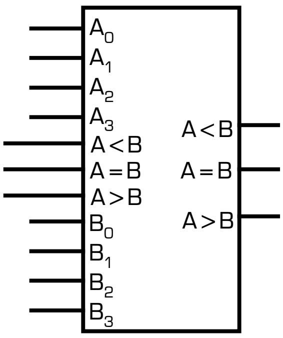


Comparateur 7485

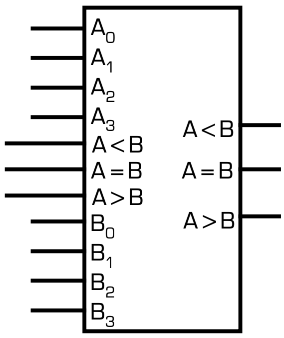


Comparateur 7485

Second cas : X = ...(10) ≡ ....(2) et Y = ...(10) ≡ ....(2)

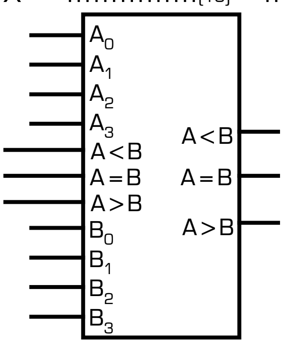


Comparateur 7485

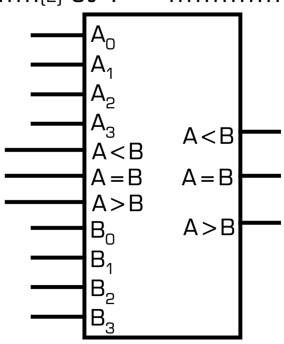


Comparateur 7485

Troisième cas : X = ...(10) ≡ ....(2) et Y = ...(10) ≡ ....(2)



Comparateur 7485



Comparateur 7485

IV – Exercice : conception d'un comparateur numérique 3 bits

Complétez ci-dessous la table de vérité d'un comparateur numérique 3 bits comparant les mots binaires A et B sachant qu'une sortie vaut 1 si la condition qu'elle représente est vraie (exemple : S3 = 1 si A > B). Proposez ensuite une équation simplifiée pour chacune des 3 sorties S_1, S_2 et S_3 du comparateur en utilisant la méthode de votre choix (algèbre de Boole, tableaux de Karnaugh, extraction directe depuis la table de vérité, ou simple analyse du problème). Vérifiez à l'occasion sur ordinateur l'exactitude de vos propositions avec un simulateur en testant tous les cas.

Entrées								**Sorties**		
Mot binaire A				**Mot binaire B**				**A < B**	**A = B**	**A > B**
A_2	**A_1**	**A_0**	Valeur décimale	**B_2**	**B_1**	**B_0**	Valeur décimale	**S_1**	**S_2**	**S_3**
0	0	0		0	0	0				
0	0	0		0	0	1				
0	0	0		0	1	0				
0	0	0		0	1	1				
0	0	0		1	0	0				
0	0	0		1	0	1				
0	0	0		1	1	0				
0	0	0		1	1	1				
0	0	1		0	0	0				
0	0	1		0	0	1				
0	0	1		0	1	0				
0	0	1		0	1	1				
0	0	1		1	0	0				
0	0	1		1	0	1				
0	0	1		1	1	0				
0	0	1		1	1	1				
0	1	0		0	0	0				
0	1	0		0	0	1				
0	1	0		0	1	0				
0	1	0		0	1	1				
0	1	0		1	0	0				
0	1	0		1	0	1				
0	1	0		1	1	0				
0	1	0		1	1	1				
0	1	1		0	0	0				
0	1	1		0	0	1				
0	1	1		0	1	0				
0	1	1		0	1	1				
0	1	1		1	0	0				
0	1	1		1	0	1				
0	1	1		1	1	0				
0	1	1		1	1	1				
1	0	0		0	0	0				
1	0	0		0	0	1				
1	0	0		0	1	0				
1	0	0		0	1	1				
1	0	0		1	0	0				
1	0	0		1	0	1				
1	0	0		1	1	0				
1	0	0		1	1	1				
1	0	1		0	0	0				
1	0	1		0	0	1				
1	0	1		0	1	0				
1	0	1		0	1	1				
1	0	1		1	0	0				
1	0	1		1	0	1				
1	0	1		1	1	0				
1	0	1		1	1	1				
1	1	0		0	0	0				
1	1	0		0	0	1				
1	1	0		0	1	0				
1	1	0		0	1	1				
1	1	0		1	0	0				
1	1	0		1	0	1				
1	1	0		1	1	0				
1	1	0		1	1	1				
1	1	1		0	0	0				
1	1	1		0	0	1				
1	1	1		0	1	0				
1	1	1		0	1	1				
1	1	1		1	0	0				
1	1	1		1	0	1				
1	1	1		1	1	0				
1	1	1		1	1	1				