

Conversion des unités de mesure de la vitesse angulaire

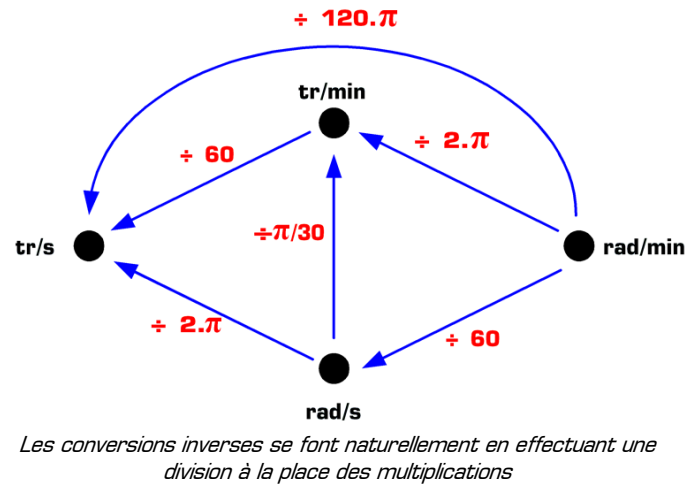
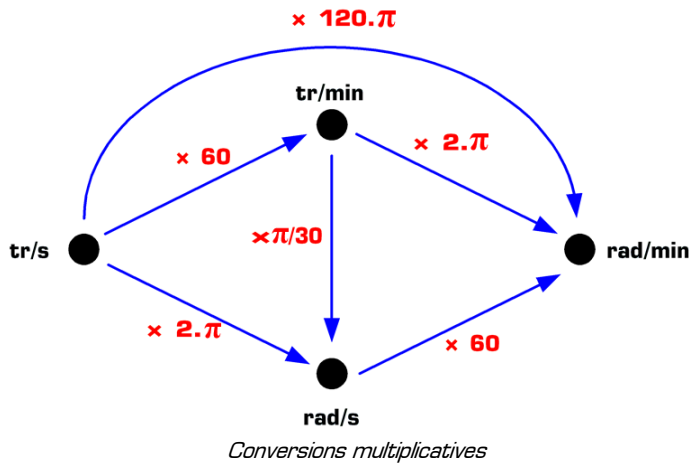
Site Internet :
www.gecif.net

Type de document :
Fiche pratique

Intercalaire :

Date :

L'unité de mesure de base de la vitesse angulaire dans le système international est le **radian par seconde**. Mais sachant qu'il y a 60 secondes [s] dans une minute [min] et qu'il y a $2.\pi$ radians [rad] dans un tour [tr], il en résulte 4 unités de mesure de la vitesse angulaire dont la conversion est résumée dans les deux graphes suivants :



Exemple d'application en valeur exacte :

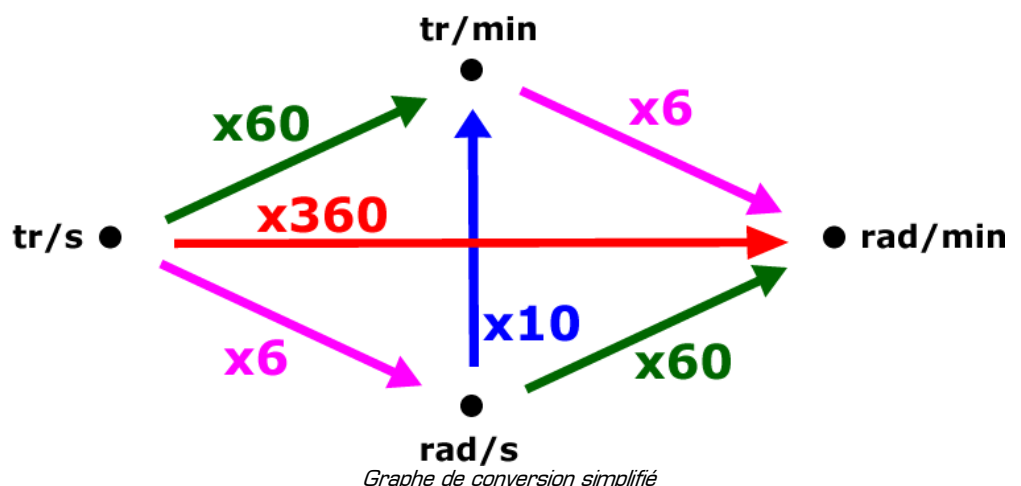
Question : quelle est la valeur exacte en tr/min d'une vitesse angulaire de 240 rad/min ?

Réponse : d'après le graphe de conversion, pour convertir des radians par minute en tours par minute il faut diviser par $2.\pi$. La réponse est donc $240 \text{ rad/min} = 240 / (2.\pi) \text{ tr/min} = 38.197186 \text{ tr/min} \approx 38.2 \text{ tr/min}$

Ces graphes de conversions permettent d'effectuer de tête et instantanément une estimation de la vitesse angulaire en prenant comme valeur arrondie 3 pour π [à la place de 3.141592] comme indiqué ci-contre :

Valeur exacte	Valeur approximative pour les calculs de tête
π	3
$2.\pi$	6
$120.\pi$	360
$\pi/30$	1/10

Il en résulte alors un **graphe de conversion simplifié** rappelant seulement les conversions multiplicatives avec les valeurs arrondies (pour faire une conversion dans le sens inverse d'une flèche il suffit d'effectuer une division à la place d'une multiplication).



1er exemple d'application :

Question : quelle est la valeur approchée en tr/min d'une vitesse angulaire de 43 rad/s ?

Réponse instantanée : environ 430 tr/min car pour passer des radians par seconde aux tours par minute il faut simplement multiplier par 10 environ.

2ème exemple d'application :

Question : quelle est la valeur approchée en tr/min d'une vitesse angulaire de 240 rad/min ?

Réponse instantanée : environ 40 tr/min car pour passer des radians par minute aux tours par minute il faut diviser par 6 environ.

3ème exemple d'application :

Problème : classer ces 4 vitesses de rotation dans l'ordre croissant [de la plus petite à la plus grande] :

- $v_1 = 10 \text{ tr/s}$
- $v_2 = 10 \text{ tr/min}$
- $v_3 = 10 \text{ rad/s}$
- $v_4 = 10 \text{ rad/min}$

Solution : pour comparer des vitesses de rotation il faut toutes les convertir **dans la même unité** en utilisant le graphe de conversion simplifié. Si on veut effectuer seulement des **multiplications**, le graphe de conversion simplifié nous indique de tout convertir en **radian par minute** :

- $v_1 = 10 \text{ tr/s} = 10 \times 360 \text{ rad/min} = 3600 \text{ rad/min}$
- $v_2 = 10 \text{ tr/min} = 10 \times 6 \text{ rad/min} = 60 \text{ rad/min}$
- $v_3 = 10 \text{ rad/s} = 10 \times 60 \text{ rad/min} = 600 \text{ rad/min}$
- $v_4 = 10 \text{ rad/min}$

Les 4 vitesses étant toutes exprimées en radian par minute on peut maintenant les comparer et les classer dans l'ordre croissant [de la plus petite à la plus grande] :

$$v_4 < v_2 < v_3 < v_1$$

A retenir : **1 rad/min < 1 tr/min < 1 rad/s < 1 tr/s**

4ème exemple d'application :

Problème : classer ces 4 vitesses de rotation dans l'ordre décroissant [de la plus grande à la plus petite] :

- $v_1 = 16.9 \text{ rad/s}$
- $v_2 = 297.1 \text{ tr/min}$
- $v_3 = 2.3 \text{ tr/s}$
- $v_4 = 324 \text{ rad/min}$

Solution : pour comparer ces vitesses de rotation il faut avant tout les convertir dans une seule unité de mesure [par exemple le radian par minute si on veut effectuer seulement des multiplications dont l'estimation du résultat peut se faire de tête] :

$$\begin{aligned} v_1 &= 16.9 \text{ rad/s} = 16.9 \times 60 \text{ rad/min} = 1014 \text{ rad/min} \\ v_2 &= 297.1 \text{ tr/min} = 297.1 \times 6 \text{ rad/min} = 1782.6 \text{ rad/min} \\ v_3 &= 2.3 \text{ tr/s} = 2.3 \times 360 \text{ rad/min} = 828 \text{ rad/min} \\ v_4 &= 324 \text{ rad/min} \end{aligned}$$

Les 4 vitesses étant toutes exprimées en radian par minute on peut maintenant les comparer et les classer dans l'ordre décroissant :

$$v_2 > v_1 > v_3 > v_4$$

Soit avec les valeurs de l'énoncé :

$$297.1 \text{ tr/min} > 16.9 \text{ rad/s} > 2.3 \text{ tr/s} > 324 \text{ rad/min}$$

Remarque concernant les valeurs approchées données par le graphe de conversion simplifié :

En prenant l'entier 3 comme valeur de π à la place de 3.14 on simplifie grandement les calculs tout en conservant une estimation suffisante pour le résultat. Mais lorsqu'on utilise le graphe de conversion simplifié afin d'avoir juste un ordre d'idée du résultat [et non une valeur exacte] il ne faut pas oublier concernant les coefficients multiplicatifs que :

- 6 est une valeur approchée de $2.\pi$ et que $6 < 2.\pi$
- 360 est une valeur approchée de $120.\pi$ et que $360 < 120.\pi$
- 10 est une valeur approchée de $30/\pi$ et que $10 > 30/\pi$
- 60 est une valeur exacte

Chacun en déduira si les résultats donnés par le graphe de conversion simplifié sont des valeurs par défaut, par excès ou exactes.

Et voici pour rappel une valeur approchée du nombre π , mais de précision bien suffisante pour tout calcul scientifique :

3.1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923078164062862089
98628034825342117067982148086513282306647093844609550582231725359408128481117450
28410270193852110555964462294895493038196442881097566593344612847564823378678316