

Codage des entiers négatifs en complément à 2

Site Internet :
www.gecif.net

Type de document :
Cours

Intercalaire :

Date :

I - Principe du complément à 2

On appelle complément à 1 d'un nombre l'écriture en binaire naturel du nombre dans laquelle on a complémenté chaque bit. **Le complément à 2 est obtenu en additionnant 1 au complément à 1.**

Exemple d'encodage en complément à 2 : quel est le complément à 2 sur 8 bits du nombre $57_{(10)}$?

- Étape 1 : j'écris le nombre $57_{(10)}$ en base 2 **sur 8 bits** : $57_{(10)} = 00111001_{(2)}$
- Étape 2 : j'écris le complément à 1 de $57_{(10)}$ **sur 8 bits** en complémentant chaque bit : 11000110
- Étape 3 : j'ajoute 1 au complément à 1 en effectuant une addition binaire : $11000110 + 1 = 11000111$
- Conclusion : le complément à 2 sur 8 bits du nombre $57_{(10)}$ s'écrit 11000111

Le complément à 2 d'un entier positif correspond à l'écriture en binaire de son opposé : -57 s'écrit 11000111 en codage complément à 2 sur 8 bits.

Exemple de décodage en complément à 2 : quel entier négatif se code 10100101 en complément à 2 sur 8 bits ? Il faut cette fois réaliser les 3 calculs précédant mais dans l'ordre inverse [calculs réciproques] :

- Étape 1 : je soustrais 1 au complément à 2 pour obtenir le complément à 1 : $10100101 - 1 = 10100100$
- Étape 2 : je complémente le complément à 1 pour obtenir l'écriture directe en base 2 : $01011011_{(2)}$
- Étape 3 : je convertis le nombre $01011011_{(2)}$ en base 10 : $01011011_{(2)} = 91_{(10)}$
- Conclusion : 10100101 est le complément à 2 de $91_{(10)}$, il représente donc le nombre négatif $-91_{(10)}$

Remarques :

- en complément à 2 sur 8 bits on peut représenter les nombres entiers de -128 à 127 [256 entiers relatifs]
- les 128 entiers positifs [de 0 à 127] s'écrivent de la même manière en complément à 2 comme en binaire naturel : **leur bit de poids fort vaut 0** [le MSB]
- les 128 entiers négatifs [de -1 à -128] ont **leur bit de poids fort à 1** dans l'écriture en complément à 2
- en binaire naturel [pour les entiers positifs] comme en complément à 2 [pour les entiers négatifs] **les nombres pairs ont leur bit de poids faible à 0** [le LSB]
- en binaire naturel [pour les entiers positifs] comme en complément à 2 [pour les entiers négatifs] **les nombres impairs ont leur bit de poids faible à 1** [le LSB]

Exemple d'écriture en complément à 2 sur 8 bits et technique de décodage à utiliser :

01100110 représente un entier positif [MSB à 0] et pair [LSB à 0] : conversion directe base 2 vers base 10
00110111 représente un entier positif [MSB à 0] et impair [LSB à 1] : conversion directe base 2 vers base 10
10111010 représente un entier négatif [MSB à 1] et pair [LSB à 0] : procédure en 3 étapes vue ci-dessus
11011001 représente un entier négatif [MSB à 1] et impair [LSB à 1] : procédure en 3 étapes vue ci-dessus

Le complément à 1 en base 2 correspond au complément à 255 en base 10 :

On cherche le complément à 1 du nombre $01101001_{(2)}$. Rechercher le complément à 1 d'un nombre consiste à complémenter tous ces bits dans son écriture en binaire naturel, ce qui revient à effectuer la soustraction ci-contre en binaire. On en déduit que :

11111111
- 01101001
10010110

Le complément à 1 de N sur 8 bits correspond à l'écriture en binaire naturel de 255 - N

Or le complément à 2 correspond au complément à 1 à qui on a ajouté 1, soit l'écriture en binaire naturel sur 8 bits de $255 - N + 1$. On en déduit que :

Le complément à 2 de N sur 8 bits correspond à l'écriture en binaire naturel de 256 - N

Exemples : comment s'écrit l'entier négatif $-57_{(10)}$ en complément à 2 ? On recherche le complément à 2 de 57 : il suffit de convertir en binaire naturel $256 - 57 = 199_{(10)} = 11000111_{(2)}$ donc -57 s'écrit 11000111

Comment s'écrit l'entier négatif $-118_{(10)}$ en complément à 2 ? $256 - 118 = 138_{(10)} = 10001010_{(2)}$

Quel entier se code 10100101 en complément à 2 sur 8 bits ? $10100101_{(2)} = 165_{(10)}$ et $256 - 165 = 91$. On en déduit que 10100101 est le complément à 2 de 91. L'écriture 10100101 représente donc l'entier négatif $-91_{(10)}$.

II - Exercices d'application

Encodage d'un entier relatif en complément à 2 :

Comment s'écrit l'entier $45_{(10)}$ en complément à 2 sur 8 bits ? Comme c'est un entier **positif** il suffit de le convertir directement en binaire naturel sur 8 bits : $45_{(10)} = \dots\dots\dots_{(2)}$

Comment s'écrit l'entier $126_{(10)}$ en complément à 2 sur 8 bits ? Comme c'est un entier **positif** il suffit de le convertir directement en binaire naturel sur 8 bits : $126_{(10)} = \dots\dots\dots_{(2)}$

Comment s'écrit l'entier $78_{(10)}$ en complément à 2 sur 8 bits ? Comme c'est un entier **positif** il suffit de le convertir directement en binaire naturel sur 8 bits : $78_{(10)} = \dots\dots\dots_{(2)}$

Comment s'écrit l'entier $-84_{(10)}$ en complément à 2 sur 8 bits ? Comme c'est un entier **négatif** il faut rechercher le complément à 2 de sa valeur absolue $84_{(10)}$. Pour cela il y a 2 solutions :

Solution 1 : technique en 3 étapes en base 2 :

- Étape 1 : j'écris le nombre $84_{(10)}$ en base 2 **sur 8 bits** : $84_{(10)} = \dots\dots\dots_{(2)}$
- Étape 2 : j'écris le complément à 1 de $84_{(10)}$ **sur 8 bits** en complétement chaque bit : $\dots\dots\dots_{(2)}$
- Étape 3 : pour obtenir le complément à 2 j'ajoute 1 au complément à 1 en effectuant une addition binaire : $\dots\dots\dots_{(2)} + 1 = \dots\dots\dots_{(2)}$
- Conclusion : le complément à 2 sur 8 bits du nombre $84_{(10)}$ s'écrit $\dots\dots\dots_{(2)}$ ce qui correspond à l'écriture du nombre négatif $-84_{(10)}$

Solution 2 : technique rapide en base 10 :

- Étape 1 : je calcule $256 - 84$ en base 10 : $256 - 84 = \dots\dots\dots_{(10)}$
- Étape 2 : je convertis en binaire naturel **sur 8 bits** mon résultat : $\dots\dots\dots_{(10)} = \dots\dots\dots_{(2)}$
- Conclusion : l'entier négatif $-84_{(10)}$ s'écrit $\dots\dots\dots_{(2)}$ en complément à 2 sur 8 bits

En utilisant la technique de votre choix, retrouvez l'écriture en complément à 2 sur 8 bits des entiers suivants :

Nombre entier	Encodage en complément à 2 sur 8 bits
-26	
-1	
12	
-104	
-117	
-128	
127	
-97	
-55	

Décodage d'un entier relatif en complément à 2 :

Quel entier se code 01100101 en complément à 2 sur 8 bits ? Comme le MSB vaut 0 c'est un entier **positif** : je **convertis directement** $01100101_{(2)}$ en base 10 et j'ai la réponse : $01100101_{(2)} = \dots\dots\dots_{(10)}$

Quel entier se code 11011001 en complément à 2 sur 8 bits ? Comme le MSB vaut 1 c'est un entier **négatif** : je convertis $11011001_{(2)}$ en base 10 **puis je soustrais mon résultat à 256** : $11011001_{(2)} = \dots\dots\dots_{(10)}$
 $256 - \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ J'en déduis que 11011001 représente l'entier négatif $\dots\dots\dots$

Décoder chacune de ces représentations en complément à 2 sur 8 bits afin de retrouver l'entier en base 10 :

Encodage en complément à 2 sur 8 bits	Nombre entier correspondant en base 10
01100110	
10101010	
11111111	
11110000	
01111101	
11001010	
10000001	
10110011	
11100100	