

Le binaire et l'hexadécimal

Site Internet :
www.gecif.net

Type de document :
Cours

Intercalaire :

Date :

I – Qu'est-ce qu'un système de numération ?

Un système de numération est une manière de représenter les nombres à l'aide de symboles. Le système que nous utilisons tous les jours est le **décimal**, basé sur **10 chiffres** : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. En décimal, chaque chiffre représente une **puissance de 10** selon sa position. Exemple : $328 = 3.10^2 + 2.10^1 + 8.10^0 = 300 + 20 + 8$

En informatique, d'autres bases sont utilisées, notamment :

- Le système à base 2 → le **binaire** : il utilise **2** symboles pour représenter les nombres
- Le système à base 16 → l'**hexadécimal** : il utilise **16** symboles pour représenter les nombres

II – Le système binaire

Le binaire est le système de numération à **base 2** : il utilise donc 2 symboles différents (2 chiffres) pour représenter les nombres : **0** et **1**. Dans un nombre écrit en binaire, chaque chiffre est pondéré d'une **puissance de 2** :

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
128	64	32	16	8	4	2	1

Pourquoi les ordinateurs utilisent-ils le binaire ? Parce qu'un ordinateur manipule des circuits électroniques qui ne peuvent prendre que 2 états :

- 0 → pas de courant
- 1 → courant

Tout est donc codé en séquences de **chiffres binaires** [0 et 1] appelés **Binary digIT** en anglais, soit **bit** en abrégé.

Conversion du binaire vers le décimal

En binaire chaque bit représente une puissance de 2 selon sa position. Exemple : $101_{(2)} = 1.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0 = 4 + 1 = 5$

$$1100_{(2)} =$$

$$111_{(2)} =$$

$$1011_{(2)} =$$

$$10010_{(2)} =$$

$$1111_{(2)} =$$

$$101010_{(2)} =$$

$$101100_{(2)} =$$

$$10000_{(2)} =$$

$$10000010_{(2)} =$$

$$1110000_{(2)} =$$

A retenir : pour convertir un nombre binaire en décimal il faut additionner les puissances de 2 des bits qui sont à 1.

Conversion du décimal vers le binaire

Il faut cette fois se poser la question suivante : comment obtenir le nombre décimal en additionnant des puissances de 2 ? Exemple : comment écrire 6 en binaire ? Il faut trouver les puissances de 2 qui donneront 6 si on les additionne. Il s'agit de $2^2 = 4$ et $2^1 = 2$ car $6 = 4 + 2$. Le nombre décimal 6 s'écrit donc 110 en binaire : $6_{(10)} = 110_{(2)}$

$$17_{(10)} =$$

$$20_{(10)} =$$

$$38_{(10)} =$$

$$15_{(10)} =$$

$$23_{(10)} =$$

$$9_{(10)} =$$

$$32_{(10)} =$$

$$45_{(10)} =$$

$$67_{(10)} =$$

$$86_{(10)} =$$

A retenir : pour convertir un nombre décimal (base 10) en binaire (base 2) il faut décomposer le nombre en somme de puissances de 2 en partant de la plus grande possible. Cette décomposition existe toujours et elle est unique.

III – Le système hexadécimal

L'hexadécimal est le système de numération à base 16 : il utilise donc 16 symboles différents [16 chiffres] pour représenter les nombres : **0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F**

Chiffre hexadécimal	Écriture en binaire	Valeur en décimal
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
A	1010	10
B	1011	11
C	1100	12
D	1101	13
E	1110	14
F	1111	15

Conversion entre l'hexadécimal et le binaire

Comme 1 chiffre en hexadécimal s'écrit avec 4 bits en binaire, on remplace chaque chiffre hexadécimal par son équivalent en binaire sur **4 bits**, appelé un **quartet** :

$$47_{(16)} =$$

$$9E_{(16)} =$$

$$D8_{(16)} =$$

$$FA_{(16)} =$$

$$1010011_{(2)} =$$

$$111000010_{(2)} =$$

$$110100001011_{(2)} =$$

$$100101101010_{(2)} =$$

Conversion entre l'hexadécimal et le décimal

En hexadécimal, chaque chiffre représente une puissance de 16 selon sa position. Sachant que $16^0 = 1$ et $16^1 = 16$ on peut facilement convertir directement en décimal un nombre hexadécimal écrit avec seulement 2 chiffres :

$$13_{(16)} =$$

$$24_{(16)} =$$

$$7C_{(16)} =$$

$$B9_{(16)} =$$

$$18_{(10)} =$$

$$32_{(10)} =$$

$$93_{(10)} =$$

$$160_{(10)} =$$

IV – Conclusion

Le binaire est le langage naturel des machines car elles utilisent seulement 2 états électriques notés 0 et 1. L'hexadécimal est une manière compacte de représenter le binaire, et notamment les grands nombres binaires. Pour préciser le système de numération utilisé par un nombre on indique sa base en indice en bas à droite du nombre. Les conversions entre bases sont essentielles pour comprendre le fonctionnement interne des systèmes numériques.